

Piaci játszmák:
Görög játszmák az
Európai Unióban
(folytatás)



Egy kis kitérő: szekvenciális játékok

- Korábban feltételeztük, hogy a játékosok időben egyszerre hozzák meg a döntéseiket.
- A gyakorlatban azonban előfordulnak olyan játszmák is, ahol a játékosok egymást követően (a később lépők a korábbi döntésének ismeretében) cselekszenek.

Például egy súlyos szabálysértésen ért gépkocsivezető dönt arról, hogy az őt „lekapcsoló” rendőr felszólítására a jogosítványa, forgalmi engedélye mellé nyújtson-e át egy-két 10 000 forintos bankjegyet is; a rendőr pedig csak ezt követően dönt arról, hogy feljelentést tegyen-e a sofőr ellen, vagy „most az egyszer” még futni hagyja.

A játék normál formája

- E játék esetében a döntési alternatívák és kifizetések mátrix formájában való feltüntetése félrevezető, hiszen ez a döntések sorrendiségét nem tükrözi:

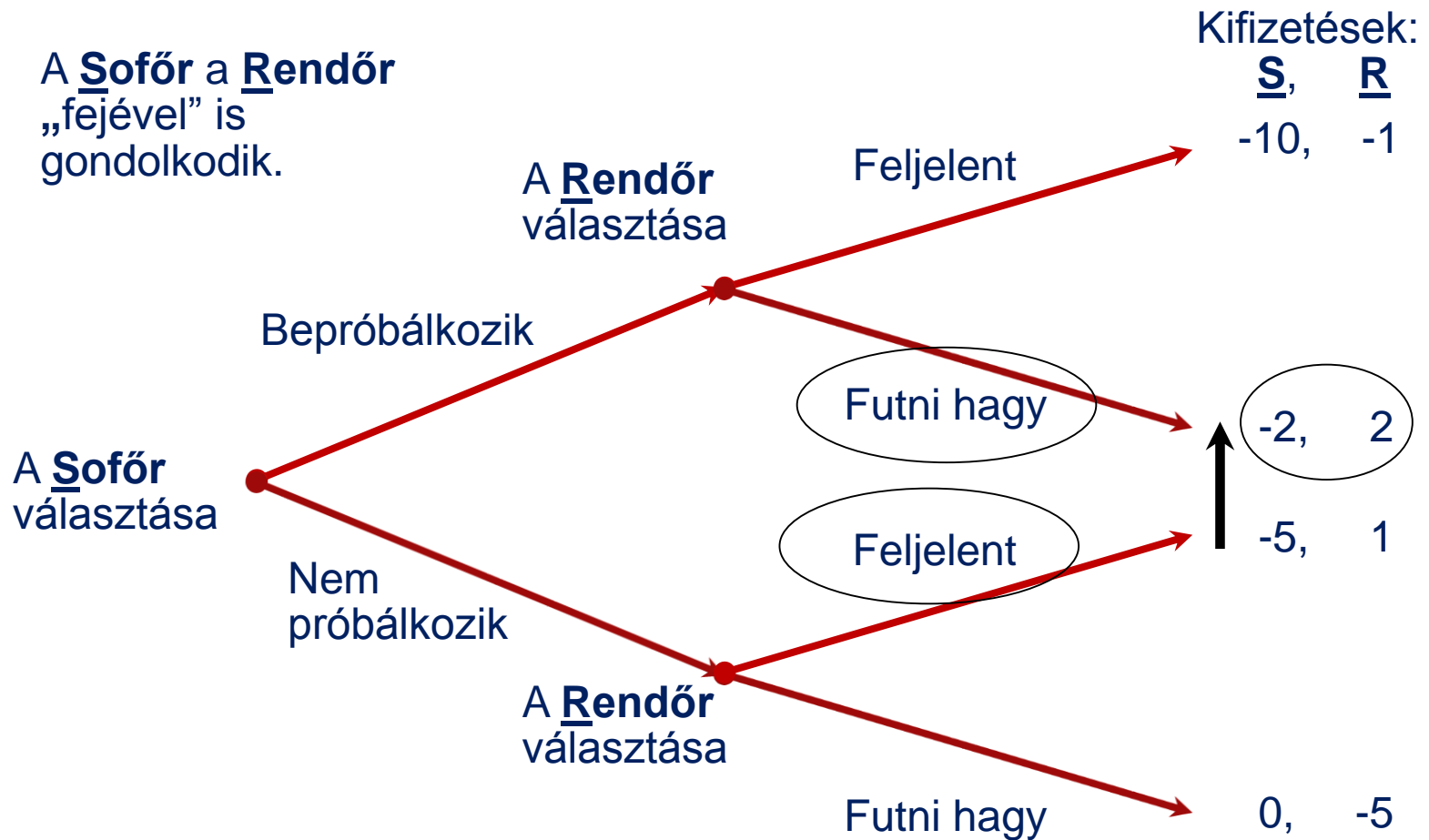
Nem szimmetrikus játék		Korrupt rendőr	
		Feljelent	Futni hagy
Sofőr	Vesztegetni próbál	$(-10 ; -1)$	$(-2 ; 2)$
	Nem próbál vesztegetni	$(-5 ; 1)$	$(0 ; -5)$

- Lesz-e domináns stratégia? Mi lesz a játék megoldása?

Extenzív forma

- A játék „normál formája” helyett ezt a játékot érdemes inkább ún. extenzív formában, egy döntési fa segítségével szemléltetni, amely már a döntések időbeliségét is tükrözi.
- A játék megoldása érdekében az elsőként döntő sofőrnek a döntést megelőzően át kell gondolnia, hogy az esetleges vesztegetési kísérletére a másik fél hogyan fog reagálni. A gyakorlatban ehhez legalább valamilyen feltevással kell élnie a rendőr értékrendjéről, feltételezhető kifizetéseiről, de az egyszerűség kedvéért most tegyük fel, hogy sofőrünk pontosan ismeri a döntési fa végén található összes kifizetést, ennek megfelelően pedig előre tudja jelezni a rendőr döntését is. Így tisztában van azzal, hogy a megfelelő összeg papírok közé csúsztatása esetén megúszhatja a feljelentést, de ha a rendőrnek nem fizet, akkor a büntetőpontok mellé egy nagyobb összegről szóló csekket kaphat.

A játék megoldása

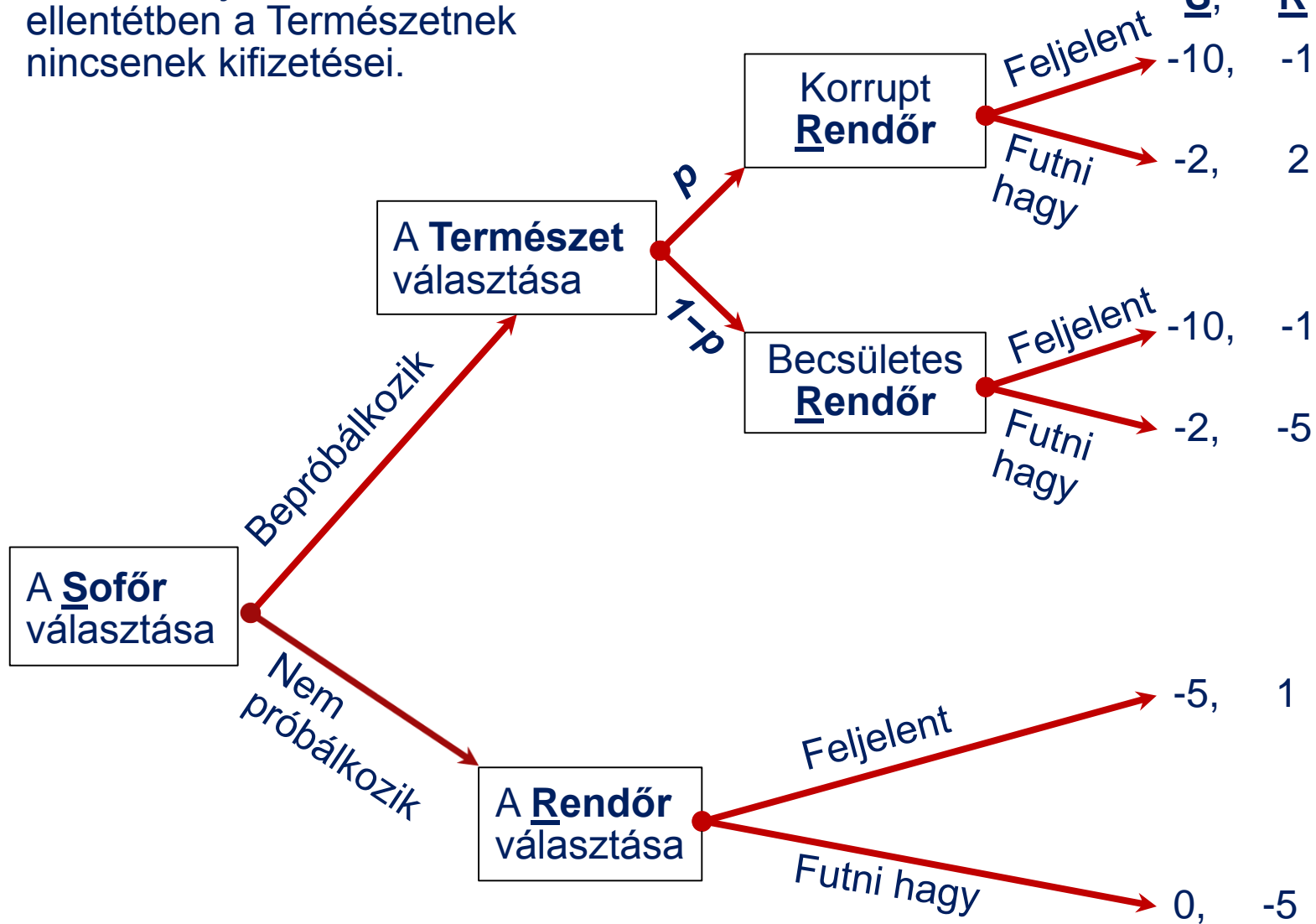


A természet szerepe

- A végső kifizetéseket összehasonlítva kiderül, hogy érdemes a rendőr korrumpálására áldozni, és ezzel a rendőr is jól fog járni, hiszen így mindketten magasabb kifizetéshez juthatnak.
- Mi a helyzet akkor, ha a sofőr nem lehet benne biztos, hogy egy korrump rendőrrel hozta-e össze a sors, csak annyit tud, hogy a rendőrök egy része korrump, másik része viszont becsületes?
 - Ahhoz, hogy ezt a helyzetet modellezni tudjuk, a két korábbi játékos mellett egy harmadik, speciális „játékost”, az ún. Természetet (*nature, outside forces*) is be kell vonnunk a játékba, amely meghatározza, hogy sofőrünk milyen p valószínűséggel találkozik korrump, illetve becsületes rendőrökkel.

A „rendes” játékosokkal
ellentétben a Természetnek
nincsenek kifizetései.

Kifizetések:



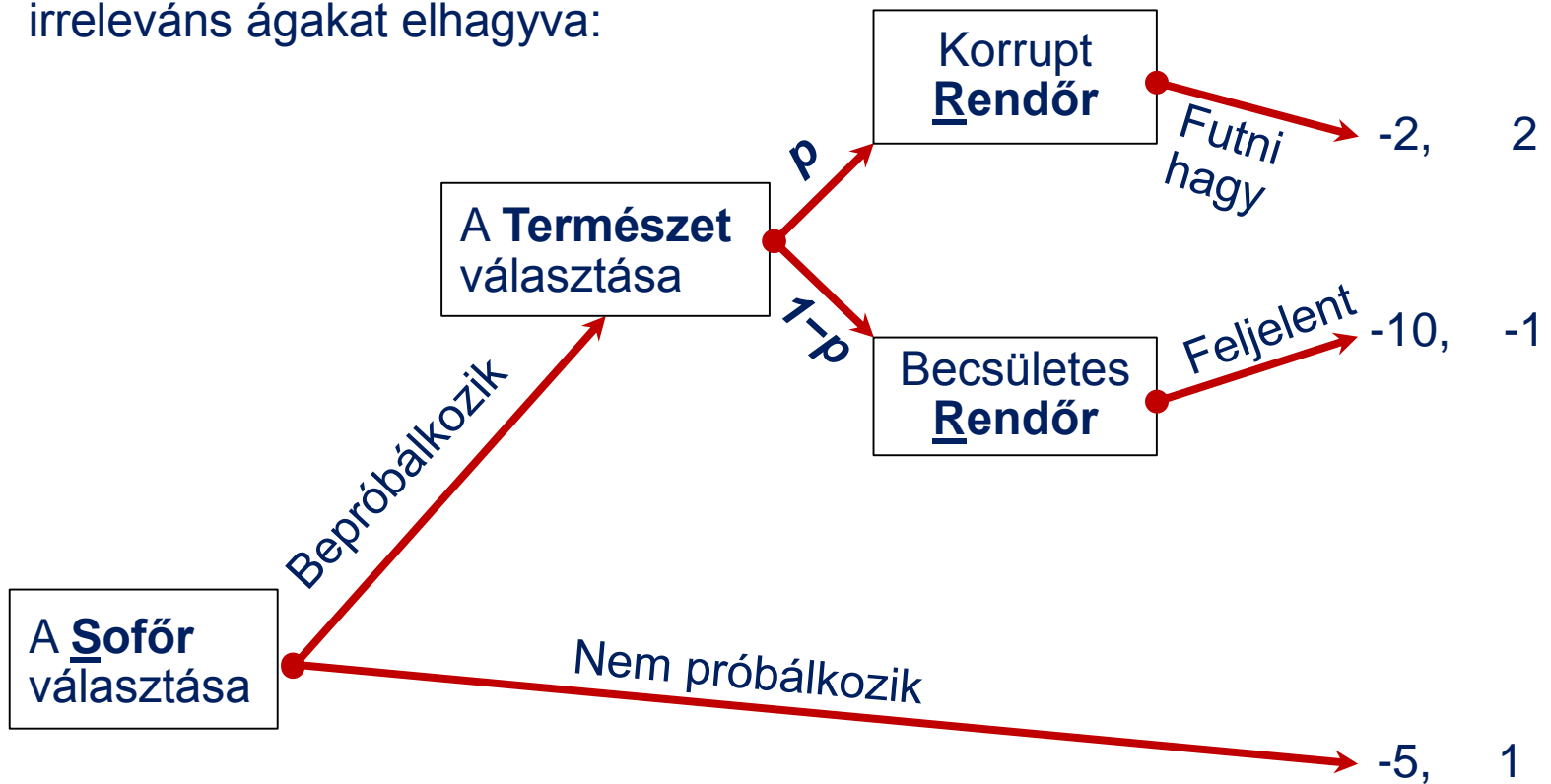
A megoldás menete

- A vesztegetési kísérlet a **Sofőr** számára már nem feltétlenül lesz kifizető, hiszen ha a balszerencséje éppen egy **Becsületes Rendőrrel** hozza össze, aki az esetleges mellékkeresethez képest többre értékeli a *személyes morális integritásának megőrzését*, akkor a büntetőpontok elmaradása helyett jóval komolyabb büntetésre számíthat.
- Ebben az esetben sofőrünk a **várható kifizetését** próbálhatja meg maximalizálni, annak figyelembe vételével, hogy adott természeti állapot bekövetkezte esetén milyen kifizetést realizálhat, illetve mekkora az egyes állapotok bekövetkezésének valószínűsége:

$$E(\pi) = p_x * \pi_x + (1 - p_x) * \pi_y$$

A „döntési fát”
leegyszerűsítve, az
irreleváns ágakat elhagyva:

Kifizetések:
S, R



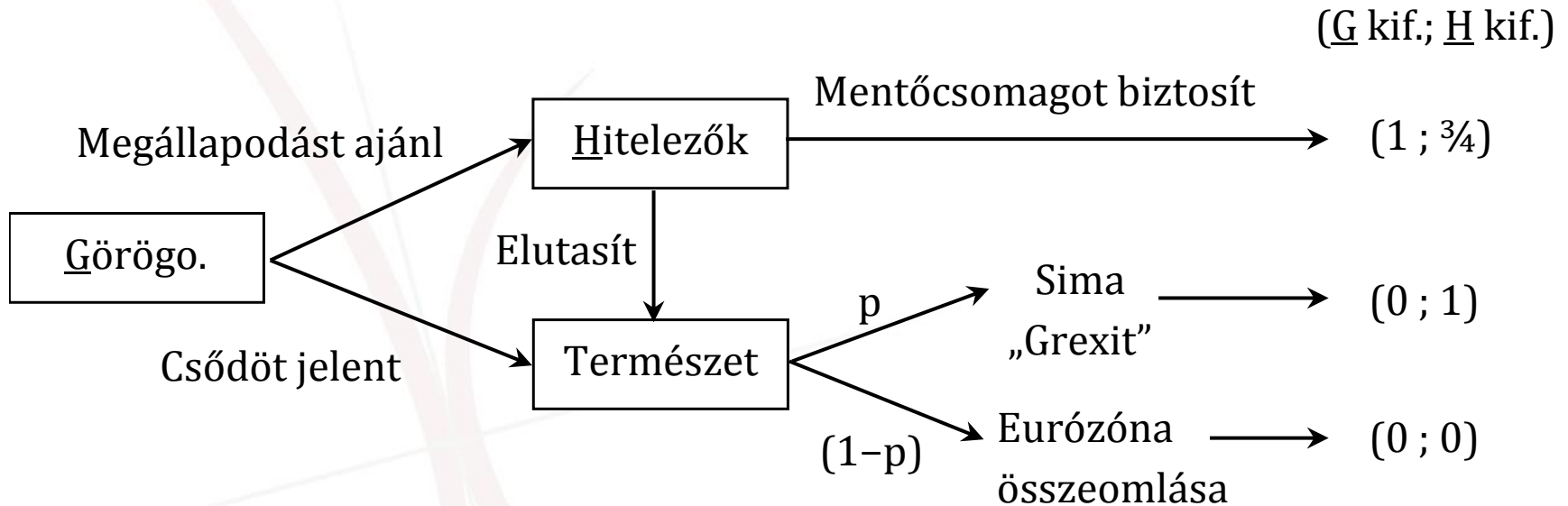
A játék megoldása

- A sofőr által a vesztegetési kísérlettől várható kifizetés a kifizetések valószínűséggel súlyozott értéke lesz:

$$E(\pi) = p * (-2) + (1 - p) * (-10).$$

- Ezt az értéket kell összevetni a „törvénytisztelő magatartás” esetén realizálható -5 értékkel.
- Ha pl. az adott országban fele-fele arányban fordulnak elő becsületes és becsstelen rendőrök, akkor a várható érték: $E(\pi) = 0,5 * (-2) + 0,5 * (-10) = -6 < -5$, így sofőrünknek nem érdemes vesztegetéssel próbálkoznia.
- Ha viszont a rendőrök közül csak minden 5. becsületes: $E(\pi) = 0,8 * (-2) + 0,2 * (-10) = -3,6 > -5$; azaz a korrupció várhatóan továbbra is kifizetődő marad.

Görögország és a hitelezők



„A mentőcsomagban való részvétel fejében az adó- és a nyugdíjrendszer reformját várja Görögországtól Christine Lagarde a Nemzetközi Valutaalap (IMF) főigazgatója.”

A görög kifizetések értelmezése

- Ebben a játékban Görögország lép először.
- Feltételezzük, hogy a görög választók és a kormány számára fontos az államcsőd elkerülése, és az euró (és az EU-tagság) megtartása, mert ellenkező esetben az állampolgárokra jelentős vagyonvesztés, a bankokra fizetéseképtelenség, a gazdaságra pedig jelentős visszaesés és infláció várható (0 kifizetés).
- Ezért nincs más választásuk, mint megállapodásra törekedni a reménybeli hitelezőkkel, még ha az esetleges újabb hitel feltételeként megszorítások várnának is a lakosságra (1 kifizetés).

A hitelezők kifizetései

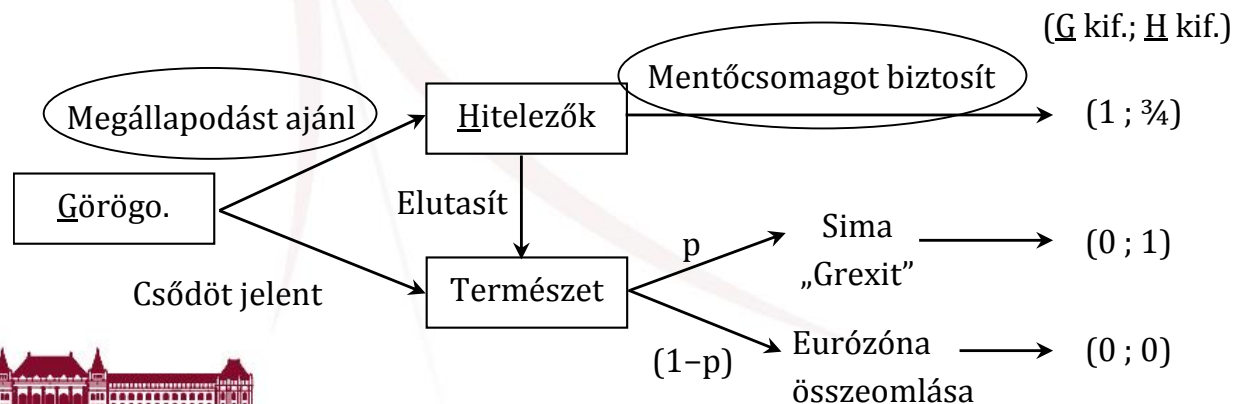
- Ha a hitelezők megegyezésre jutnak a görögökkel, akkor sikerülhet elkerülni a görög kilépést és csődöt, illetve az ezzel együtt járó komolyabb következményeket, de ennek árát legalább részben a többi ország adófizetői fizetnék ki, hiszen a megállapodás során nyújtott hiteleket a „piacínál” (a kockázattal arányosnál) alacsonyabb kamattal adnák a görögöknek.
- Emellett ráadásul a „pénz időértékének figyelembe vételével” a meglévő görög tartozás átstrukturálása (pl. a visszafizetésre rendelkezésre álló idő kitolása) is veszteséget jelent a hitelezőknek ($\frac{3}{4}$ kifizetés).

A természet szerepe

- Ha a görögök csődöt jelentenek, vagy a hitelezők visszautasítják a megállapodást, többfajta kimenetel is elképzelhető. A legoptimistább forgatókönyv szerint a görögök csődöt jelentenek, és kilépnek ugyan az eurózónából, de ez az eurózóna többi országában nem okoz komolyabb gazdasági veszteségeket (pl. a görög üzleti érdekeltségekkel rendelkező bankok, vállalatok csődjét); ezért ehhez a sikeres mentőcsomagnál magasabb, 1 hitelezői kifizetést rendelhetünk.
- A legrosszabb forgatókönyv szerint viszont a görög kilépés komoly bizalomvesztést okoz a teljes eurózónával, a Gazdasági és Monetáris Unió egész intézményrendszerével szemben, és a görögök után az eurózóna többi „gyengébb láncszeme”, Olaszország, Spanyolország és Portugália is hasonló sorsra juthat, az eurózóna pedig végül szét is eshet (0 hitelezői kifizetés).

A játék megoldása

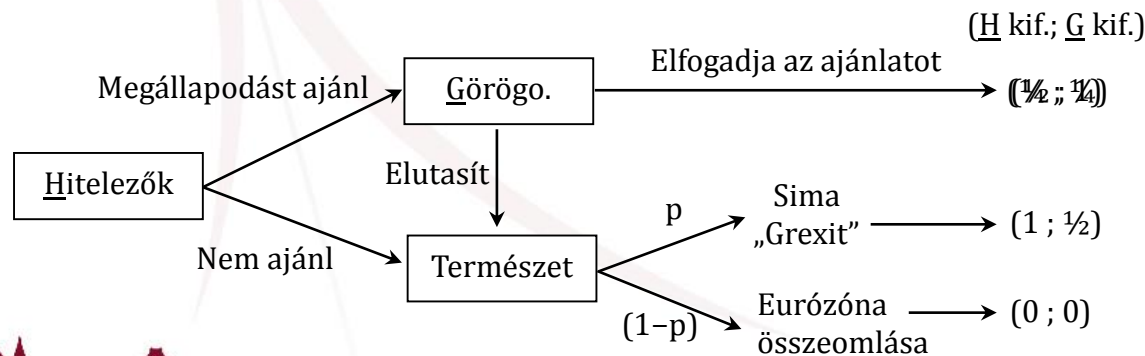
- A hitelező országok döntése ilyen feltételek mellett a pozitív és negatív forgatókönyvek megvalósulásának p valószínűségétől függ.
- Amennyiben ezek megvalósulása körülbelül egyforma valószínűségű ($p = \frac{1}{2}$), a hitelezők szempontjából a segítségnyújtás megtagadása esetén várható kifizetés $E(\pi) = 0,5 * 1 + 0,5 * 0 = 0,5 < 0,75$ lesz, ami azt jelenti, hogy a hitelezők sem fogják a csőd bekövetkeztét megkockáztatni.



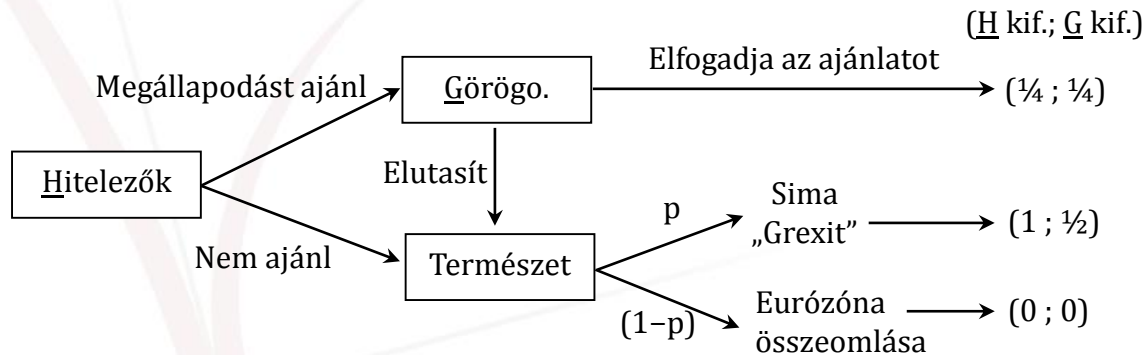
Kitekintés: Megnyugodhatnak-e végleg a görögök? (PAPI)

- Ugyanezt a játékot értelmezhetjük úgy is, hogy a hitelezők ajánlanak megállapodást a görögöknek, akik ezt követően elfogadhatják vagy elutasíthatják azt.
- Problémák: Hogyan becsülhető a „negatív forgatókönyv” (eurózóna-recesszió) bekövetkezésének valószínűsége?
- Ismertek-e valójában a játékosok kifizetései?

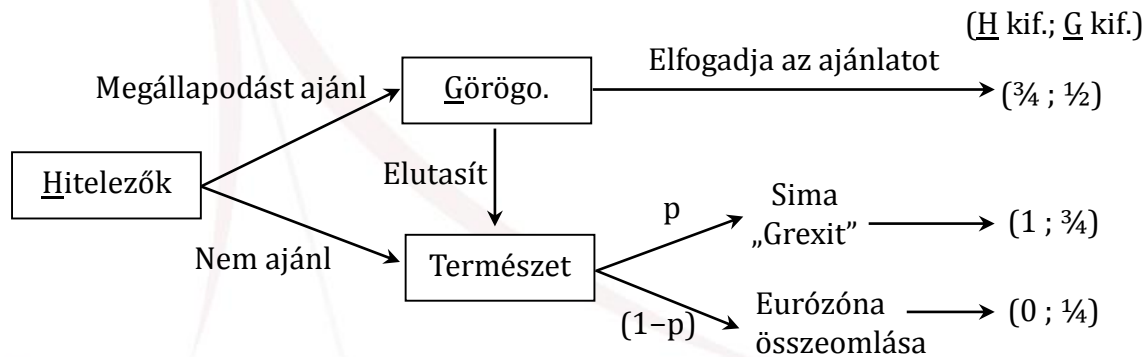
Alternatively, players may face **extreme uncertainty** over the costs of different outcomes. “Objectively, in this case, the **pay-offs are not clear**,” says Mr Tsebelis.



Feladat: Milyen „p” valószínűségek mellett hajlandóak megállapodni a tárgyalófelek? Mi lesz a várható kifizetésük?



Megoldást ide: zbanhidi@gmail.com





(Louisa Gouliamaki / AFP via mno.hu)

Függelék (nem tananyag)

TISZTA ÉS KEVERT STRATÉGIÁK



Tiszta és kevert stratégiák

- Tiszta stratégiák: mindegyik szereplő meghozza a döntését, amihez aztán ragaszkodik.
- Tiszta stratégiákra nem mindig létezik Nash-egyensúly. Kevert stratégiákra azonban ilyenkor is létezhet.
- Kevert stratégia: minden szereplő a stratégiákhoz adott r, c, \dots valószínűségeket rendel, és egyszer az egyik, másszor (gyakrabban vagy ritkábban a választott valószínűségektől függően) a másik döntést hozza meg.

Nincs „tisztá” Nash-egyensúly

←
A: fent \rightarrow B: bal ($0 > -1$); de
B: bal \rightarrow A: lent ($1 > 0$); ám
A: lent \rightarrow B: jobb ($3 > 0$); viszont
B: jobb \rightarrow A: fent ($0 > -1$) stb.

		B (oszlop)játékos	
		Bal	Jobb
A (sor-) játékos	Fent	(0;0)	(0;-1)
	Lent	(1;0)	(-1;3)

Példa egy olyan játékra, amelynek tiszta stratégiák esetén nincs Nash-egyensúlya, pl. a fenti játék esetében ha A fentet játszik, akkor B a balt választja; ekkor A inkább a lentet; de ilyenkor B a jobbra vált; amire A válasza a fent.

Kevert stratégia

- A cél az, hogy a másik adott (optimális) stratégiája esetén a mi valószínűségekről hozott döntésünk optimális legyen.
- A játékos r valószínűséggel a fentet, $(1-r)$ valószínűséggel a lentet választja.
- B játékos c valószínűséggel a balt, $(1-c)$ valószínűséggel pedig a jobbot.

Legjobb válaszok

- Egy játékos „legjobb válasza” az a választás, amely a másik játékos tetszőleges választása esetén a kifizetését maximalizálja.
- Ha nem egyetlen legjobb választása van, akkor a legjobb válasz valamennyi ilyen választás halmaza.

Tekintsük az alábbi játékot, amelynek a tiszta stratégiák között két egyensúly is van:

		B (oszlop)játékos	
		Bal	Jobb
A (sor-) játékos	Fent	(2;1)	(0;0)
	Lent	(0;0)	(1;2)

Nash-egyensúly ált. definíciója

- Tekintsünk egy kétszemélyes játékot, amelyben a sorjátékos lehetséges választásai r_1, \dots, r_R ; az oszlopjátékosé pedig c_1, \dots, c_C
- A sorjátékos minden r választásához tartozzon az oszlopjátékosnak egy $b_c(r)$ legjobb választása, és az oszlopjátékos minden c választásához a sorjátékosnak egy $b_r(c)$ legjobb választása.
- Ekkor a játék Nash-egyensúlya az az (r^*, c^*) stratégiapár lesz, amely kielégíti az alábbi egyenleteket: $c^* = b_c(r^*) \quad r^* = b_r(c^*)$

Kölcsönös következetesség

- A Nash-egyensúly definíciója azt követeli meg a választásoktól, hogy kölcsönösen következetesek legyenek. Ha a sorjátékos úgy véli, hogy az oszlopjátékos a balt választja, akkor a fentet fogja játszani, ha viszont az oszlopjátékos arra számít, hogy a sorjátékos a fentet választja, akkor a balt fogja játszani.
- Vagyis a Nash-egyensúlyban a játékosok vélekedései és tényleges cselekedetei azok, amelyek kölcsönösen következetesek.

Az összes Nash-egyensúly

- Mivel most már megoldásainkat (a Nash-egyensúlyt) nemcsak a tiszta, hanem a kevert stratégiák mellett is keressük; tegyük fel, hogy r annak a valószínűsége, hogy a sorjátékos a fentet választja, és $(1-r)$ a lent választás valószínűsége.
- Hasonlóan, legyen c annak a valószínűsége, hogy az oszlopjátékos a balt, $(1-c)$, hogy a jobb stratégiát választja.
- Tiszta stratégiák esetében r vagy c értéke 0 vagy 1.

Kevert stratégiák esetén

(2;1)	(0;0)
(0;0)	(1;2)

- Számítsuk ki a játékosok várható kifizetéseit, ha a sorjátékos r valószínűséggel választja a fent, az oszlopjátékos pedig c valószínűséggel a bal stratégiát:

Kombinációk	Valószínűség	A játékosok kifizetése	Várható kifizetések	
			Sorjátékos	Oszlopjátékos
(fent; bal)	$r \cdot c$	(2;1)	$2rc +$	$rc +$
(lent; bal)	$(1-r) \cdot c$	(0;0)	$0(1-r) \cdot c +$	$0(1-r) \cdot c +$
(fent; jobb)	$r \cdot (1-c)$	(0;0)	$0r(1-c) +$	$0r(1-c) +$
(lent; jobb)	$(1-r) \cdot (1-c)$	(1;2)	$(1-r) \cdot (1-c) =$	$2(1-r) \cdot (1-c) =$
			$= 3rc + 1 - r - c$	$= 3rc + 2 - 2r - 2c$

A kifizetés változása ha r változik

- Tfh. a sorjátékos azon gondolkodik, hogy a fent stratégia választásának r valószínűségét Δr -rel megnövelje. Hogyan változik a kifizetés?
- $\pi(A[r]) = 3rc - r - c + 1$
- $\pi(A[r+\Delta r]) - \pi(A[r]) = 3(r+\Delta r)c - (r+\Delta r) - c + 1 - 3rc + r + c - 1 = 3\Delta rc - \Delta r = (3c - 1)\Delta r$
- E kifejezés értéke akkor pozitív, ha $3c > 1$ és negatív, ha $3c < 1$; azaz a sorjátékos akkor kívánja majd növelni r értékét, ha $c > 1/3$ és csökkenteni, ha $c < 1/3$; illetve bármilyen 0 és 1 közötti valószínűséggel elégedett, ha $c = 1/3$

A kifizetés változása ha c változik

- Tfh. az oszlopjátékos azon gondolkodik, hogy a bal stratégia választásának c valószínűségét Δc -vel megnövelje. Hogyan változik a kifizetés?
- $\pi(B[c]) = 3rc - 2r - 2c + 2$
- $\pi(B[c+\Delta c]) - \pi(B[c]) = 3(c+\Delta c)r - 2(c+\Delta c) - 2r + 2 - 3rc + 2c + 2r - 2 = 3\Delta rc - 2\Delta c = (3r - 2)\Delta c$
- E kifejezés értéke akkor pozitív, ha $3r > 2$ és negatív, ha $3r < 2$; azaz az oszlopjátékos akkor kívánja majd növelni c értékét, ha $r > 2/3$ és csökkenteni, ha $r < 2/3$; illetve bármilyen 0 és 1 közötti valószínűséggel elégedett, ha $r = 2/3$

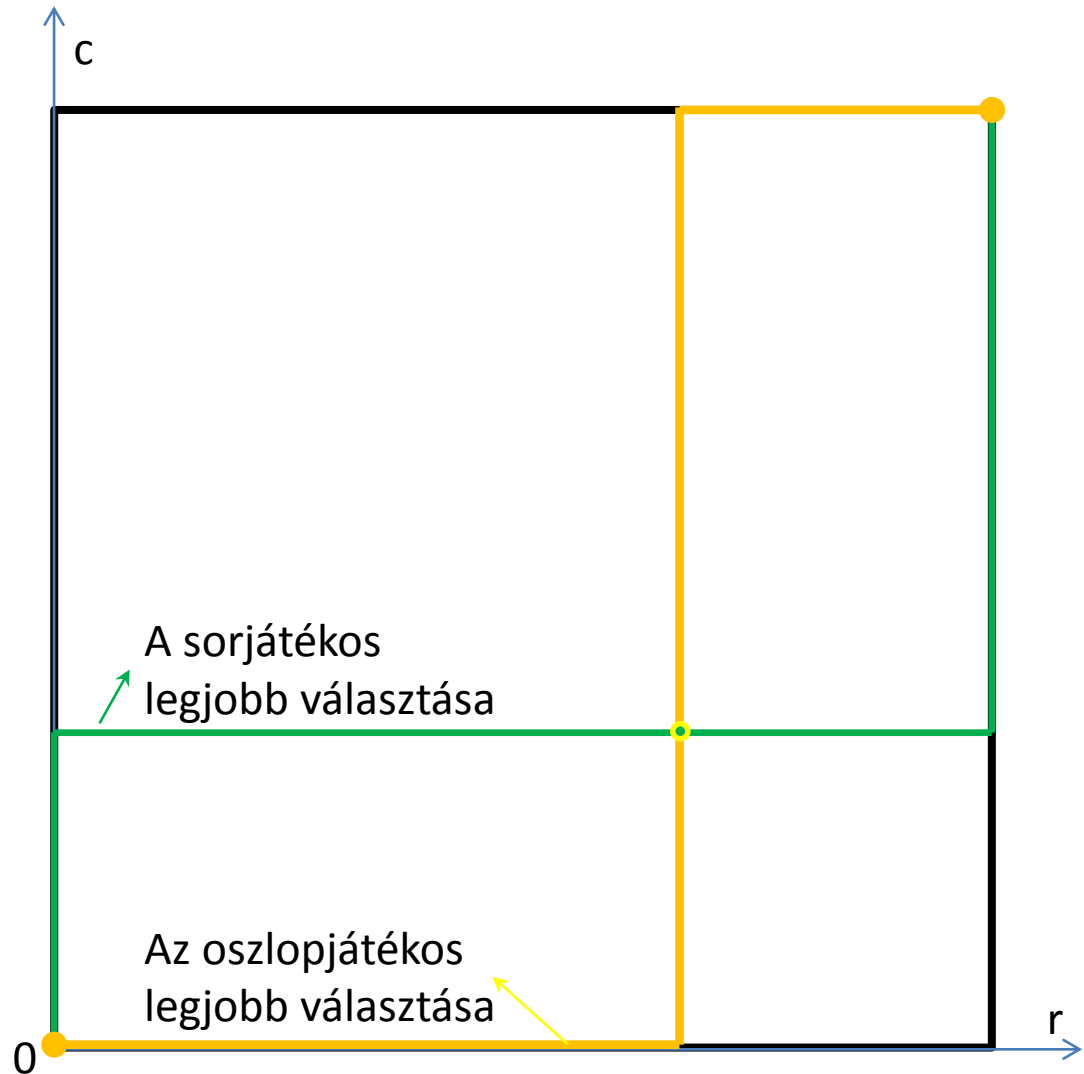
A legjobbválasz-görbék

- Ezeket az információkat felhasználva megrajzolhatók a legjobbválasz-görbék.
- Ha az oszlopjátékos $c = 0$ -t választ, akkor a sorjátékos az r értékét a lehető legkisebb értéken szeretné meghatározni, ami $r = 0$.
- Ez a választás nem változik, amíg $c < 1/3$, ha viszont $c = 1/3$, akkor bármely $r \in (0;1)$ legjobb válasznak minősül. Ha $c > 1/3$, akkor a sorjátékos legjobb válasza $r = 1$.

Legjobbválasz- görbe

Hasonlóan, amíg $r < 2/3$,
addig $c=0$; ha $r > 2/3$,
akkor $c=1$ a legjobb válasz,
ill. ha $r = 2/3$, akkor c 0 és
1 között bármennyi lehet.

A három Nash-egyensúly a
metszéspontokban
található: $(0;0)$, $(1;1)$ és
 $(2/3;1/3)$.



Feladat: Az adósságalku-játék

- Hány megoldása van a korábban bemutatott adósságalku-játéknak a tiszta és a kevert stratégiák halmazán együtt?
- Határozza meg a játék valamennyi Nash-egyensúlyát!

		Görögország	
		Enged	Nem enged
Hitelezők	Enged	Kompromisszum	Adósságkönnyítés
	Nem enged	Megszorítások	Államcsőd

		Görögország	
		Enged	Nem enged
Hitelezők	Enged	(0 ; 0)	(-1 ; 1)
	Nem enged	(1 ; -1)	(-3 ; -3)

Feladat: Szarvasvadász-játék

- Hány megoldása van a korábban bemutatott Szarvasvadász-játéknak a tiszta és a kevert stratégiák halmazán együtt?
- Határozza meg a játék valamennyi Nash-egyensúlyát!

		<i>B</i> vadász	
		Szarvas	Nyúl
<i>A</i> vadász	Szarvas	(4 ; 4)	(0 ; 3)
	Nyúl	(3 ; 0)	(1 ; 1)

$$r = ?$$

$$c = ?$$

Megoldást ide:

zbanhidi@gmail.com